الموضوع الثاني

التمرين الأول (6 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_1 = 7$ و من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} = 2u_n + 1$

1) أحسب u_2 ، u_3 ، u_4 .

2) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نعرف المتتالية (v_n) كما يأتي : $v_n = u_n + 1$.

أ – أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_1.

ب – اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج– نضع: $S_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$ ، احسب S_n بدلالة n.

د – عين n علما أن $S_n = 1016$.

التمرين الثاني (4 نقط)

1 ــ احسب باقي قسمة كل من $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ على 7.

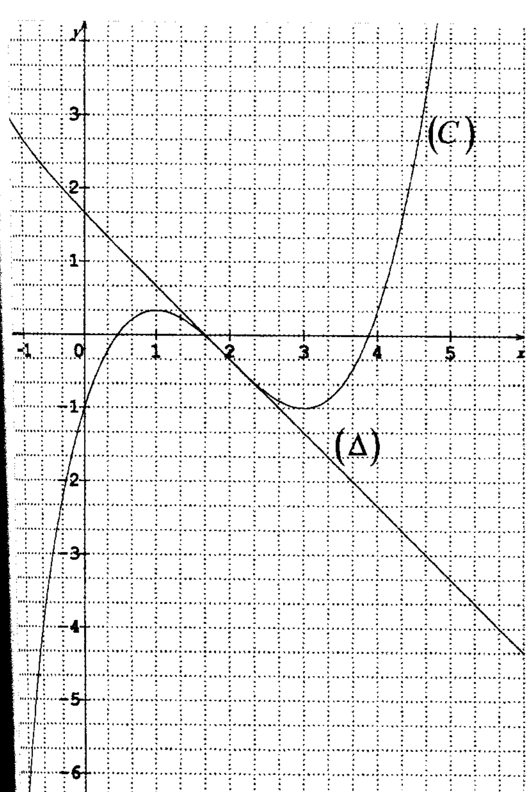
2 ــ عين باقي قسمة كل من : 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3 ــ بين أن العدد :

$3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n.

التمرين الثالث (10 نقط)



المنحنى (C) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة f معرفة على المجال $]-1, +\infty[$ و (Δ) مماس للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 2 .

1) خمن نهاية f عند $+\infty$ ثم بقراءة بيانية عين اتجاه تغير f على المجال $]-1, +\infty[$.

شكل جدول تغيرات f .

2) من العبارات الآتية:

$f_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ ، $f_2(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

$f_3(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

عين العبارة المناسبة للدالة f مبررًا ذلك .

3) ادرس تغيرات الدالة f . هل تخميناتك و قراءتك السابقة صحيحة؟

4) عين معادلة للمستقيم (Δ).

5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى (C) .

6) ارسم المستقيم $y = -1$ ، ثم حل بيانيا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) < -1$

7) عين نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (D) ذي المعادلة : $y = 3x - 1$

انتهـــــــى

بالتوفيـــــق

<table>
<tr><th rowspan="2">محاور الموضوع</th><th rowspan="2">الموضوع الثاني عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td>متتاليات</td><td><u>التمرين الأول</u> : 06 نقاط
1) $u_2=15$, $u_3=31$, $u_4=63$
2) أ) $v_{n+1}=2v_n$; $q=2$ $v_1=8$
ب) $v_n=8\times2^{n-1}$ و $u_n=8\times2^{n-1}-1$
ج) $S_n=8(2^n-1)$ $S_n=v_1\dfrac{q^n-1}{q-1}$
د) $n=7$ $2^n=128$</td><td>3×0,5
3×0,5
2×0,5
0,25+0,75
0,5+0,5</td><td>06</td></tr>
<tr><td>موافقات</td><td><u>التمرين الثاني</u> : 04 نقاط
1 – بواقي قسمة $3^2,3^3,3^4,3^5,3^6$ على 7.
هي على الترتيب : 2 ، 6 ،4 ، 5 ، 1
2 - $3^6\equiv1[7]$ و منه $3^{6n}\equiv1[7]$
و $3^{6n+4}\equiv4[7]$
باقي قسمة 3^{6n} هو 1
و باقي قسمة 3^{6n+4} هو 4
$2008=6\times334+4$ و منه با قي قسمة 3^{2008} على 7 هو 4
$3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4\equiv(3\times4-2\times1+4)[7]$
$\equiv0[7]$
العدد $\left(3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4\right)$ يقبل القسمة على 7 .</td><td>0,25×5
0,5
0,5
0,25
0,25
0,5
0,5
0,25</td><td>04</td></tr>
<tr><td></td><td>التمرين الثالث : 10 نقاط
1/ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$
f متزايدة تماما على $[-1,1]$
f متناقصة تماما على $[1,3]$
f متزايدة تماما على $[3,+\infty[$
جدول التغيرات
2/ $f_1(x)$ غير مناسبة لأن ($f(0)=1$ غير صحيح)
$f_3(x)$ غير مناسبة لأن ($\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ غير صحيح)
و منه $f(x)=f_2(x)$
<u>ملاحظة</u> : يقبل أي تبرير آخر صحيح
3/ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $f(-1)=-\dfrac{19}{3}$
f قابلة للاشتقاق على $[-1,+\infty[$
$f'(x)=x^2-4x+3$
إشارتها
جدول التغيرات</td><td>0,25
0,25
0,25
0,25
0,5
0,5
0,5
0,5
0,5+0,5
0,25
0,5
0,5
0,25</td><td>10</td></tr>
</table>

71

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	تعتبر إجابة التلميذ صحيحة إذا عبرت عن الإنسجام بين قراءته و تخميناته من جهة و بين نتائج دراسة تغيرات الدالة f التي اختارها في السؤال 2 .	0,5	
	/4 $(\Delta): y=-x+\frac{5}{3}$ (الطريقة ثم النتيجة) (تقبل الحالتين الممكنتين : هندسيا و تحليليا)	0,5+0,5	
	/6 $S=[-1;0[$ الشرح ثم النتيجة	0,5+0,5	
	/5 $f''(x)=2x-4$	0,25	
	$f''(x)$ تنعدم عند 2 و تغيّر إشارتها	0,5	
	منه (C) يقبل $\omega\left(2,-\frac{1}{3}\right)$ نقطة انعطاف.	0,25	
	7 / يتقاطع (C) مع (D) في نقطتين هما $A(0,-1)$ و $B(6,17)$	0,5×2	

72